



SECRETARIA DE ESTADO DE DEFESA CIVIL
CORPO DE BOMBEIROS MILITAR DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
ACADEMIA DE BOMBEIRO MILITAR DOM PEDRO II

AUTORES: **Alan Rocha Bastos** Dias – Cad BM QAL/20
Leonardo **Figueira** Werneck – Cad BM QAL/20

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR
POR CONDUÇÃO EM AMBIENTES COM ALTA TEMPERATURA:
ESTUDO DA PROPAGAÇÃO NA MANTA DE FIBRA CERÂMICA.**



Rio de Janeiro
2023

AUTORES: **Alan Rocha Bastos** Dias – Cad BM QAL/20
Leonardo Figueira Werneck – Cad BM QAL/20

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR
CONDUÇÃO EM AMBIENTES COM ALTA TEMPERATURA: ESTUDO DA
PROPAGAÇÃO NA MANTA DE FIBRA CERÂMICA.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para
conclusão do Curso de Formação de Oficiais do Corpo de
Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro
2023

SECRETARIA DE ESTADO DE DEFESA CIVIL
CORPO DE BOMBEIROS MILITAR DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
ACADEMIA DE BOMBEIRO MILITAR DOM PEDRO II
CURSO DE FORMAÇÃO DE OFICIAIS

AUTORES: Alan Rocha Bastos Dias – Cadete BM e Leonardo Figueira Werneck – Cadete BM

TÍTULO: METODOLOGIA DA PESQUISA NO CURSO DE FORMAÇÃO DE OFICIAIS:
APLICAÇÃO DE MÉTODO CIENTÍFICO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Aprovado em ____ de _____ de 2023

Banca de Avaliação

Presidente

Avaliador 1

Avaliador 2

RESUMO

O desenvolvimento tecnológico das últimas décadas proporcionou significativas mudanças nos sistemas construtivos, incorporando também novos fatores de riscos de incêndio. Neste sentido, avaliar com eficiência os sistemas de proteção continuam sendo relevantes para a segurança dos usuários. O presente estudo teve como objetivo principal desenvolver um simulador computacional de condução térmica, aplicando à manta de fibra cerâmica, haja visto que esse material é extremamente usado na segurança contra incêndio, obtendo, dessa forma, o perfil de propagação térmica neste material. Tal análise é importante em virtude da grande utilização desse elemento como isolante térmico nas portas corta fogo. Para construir o simulador, a equação da condução de calor foi discretizada pelo método de diferenças finitas com uma formulação implícita no tempo. Adicionalmente, diferentes testes numéricos foram realizados, visando a uma futura aplicação dos mesmos em outros materiais. A relevância dessa pesquisa reside não somente na inovação técnica que o simulador pode proporcionar, mas também na potencial economia de recursos e redução de risco para os profissionais envolvidos em atividades relacionadas à segurança contra incêndios. Este trabalho, portanto, se coloca como um valioso recurso para os bombeiros militares, trazendo avanços substanciais para o conhecimento e a prática dentro do campo da proteção contra incêndios.

Palavras-chave: transferência de calor, condução de calor, manta de fibra cerâmica, simulação computacional.

ABSTRACT

The technological development of the last decades has provided significant changes in construction systems, also incorporating new fire risk factors. In this sense, efficiently evaluating protection systems continues to be relevant for user safety. The main objective of the present study was to develop a computational thermal conduction simulator applied to the ceramic fiber blanket, given that this material is extremely used in fire safety, thus obtaining the thermal propagation profile in this material. Such an analysis is important due to the great use of this element as a thermal insulator in fire doors. To build the simulator, the heat conduction equation was discretized by the finite difference method with an implicit time formulation. Additionally, different numerical tests were carried out, aiming at their future application in other materials. The relevance of this research lies not only in the technical innovation that the simulator can provide, but also in the potential savings of resources and risk reduction for professionals involved in activities related to fire safety. This work, therefore, stands as a valuable resource for military firefighters, bringing substantial advances to knowledge and practice within the field of fire protection.

Keywords: heat transfer, heat conduction, ceramic fiber blanket, computational simulation.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	7
2. MÉTODOS.....	10
2.1. Pesquisa bibliográfica	10
2.2. Simulação computacional	10
2.3. Equação governante para a condução de calor.....	11
2.3.1. Discretização	12
2.3.2. Condição de contorno.....	13
2.4. Compressão de matrizes esparsas e método numérico para resolução de sistemas lineares.....	14
2.4.1. Compressed Sparse Row (CSR).....	14
2.4.2. Método do Gradiente Conjugado (GC).....	16
3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	18
3.1. Validação do simulador.....	18
3.2. Testes do simulador.....	19
3.3. Aplicação à manta de fibra cerâmica	21
4. CONCLUSÃO.....	25
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	26
APÊNDICE A – PERFIL TÉRMICO DA LÃ DE ROCHA.....	29

1. INTRODUÇÃO

A manipulação do calor foi vital para o progresso da sociedade, desde civilizações antigas até o entendimento contemporâneo. Observado ao longo dos séculos como uma força natural moldadora do clima e da geologia, bem como da vida humana, foi inicialmente domado por nossos ancestrais através da domesticação do fogo. No entanto, o estudo científico do calor ganhou impulso na Grécia Antiga, quando filósofos e cientistas começaram a especular sobre a natureza do fogo e seus efeitos, de acordo com Silva (2013). Mas foi no século XX, que os avanços científicos levaram a um profundo entendimento do calor e suas aplicações, especialmente em ambientes de alta temperatura.

Neste viés, destaca-se a manta de fibra cerâmica, material de destaque em condições de alta temperatura devido à sua excelente capacidade de isolamento térmico e baixa massa específica, sendo amplamente utilizados nas portas corta fogo, segundo a empresa Zeus do Brasil (2023), fabricante de portas corta-fogo.

Nesse contexto, merecem destaque os trabalhos de Viana (2018) e Junior e Montegutti (2016). Enquanto Viana (2018) discretiza a equação geral da condução de calor por meio das diferenças finitas, relacionando-a à propagação de calor, o estudo de Junior e Montegutti (2016) analisa a condução de calor na manta de fibra cerâmica, empregando um método distinto. Em adição às análises sugeridas, a utilização de metodologia de baixo custo e baixo risco tem especial relevância na reprodutibilidade para outros materiais e contextos de incêndio possíveis.

É importante ressaltar que os materiais analisados possuem propriedades que não podem ser desconsideradas na análise térmica, como a condutividade térmica, k ($W/(m \cdot ^\circ C)$), a densidade, ρ (kg/m^3), e o calor específico, c_p ($J/(kg \cdot ^\circ C)$), haja visto que o produto ρc_p , de acordo com Çengel e Ghajar (2012), representa a capacidade do material armazenar calor.

Também é importante destacar a difusividade térmica, α (m^2/s), que é relacionada com a facilidade de um material conduzir calor, sendo definida, de acordo com Keith (1977), pela razão entre a capacidade do material de conduzir calor e a capacidade de armazenar essa energia, conforme Eq. (1).

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (1)$$

Nesse contexto, é necessário destacar que a manta de fibra cerâmica é um isolante térmico de alta refratariedade que possui diversas características singulares. Ela é capaz de originar vários insumos para isolamento térmico e é amplamente utilizada em muitos segmentos industriais. Sendo leve e flexível, fabricada a partir de fibras longas, multidirecionadas e entrelaçadas em um processo contínuo de agulhamento, o que confere ao produto excelente

resistência ao manuseio e à erosão, segundo a empresa Asalit (2023) – fabricante de mantas de fibra cerâmica.

As características termo físicas desse material estão listadas na Tabela 1, e foram fornecidas pela empresa Asalit (2023) e pela empresa Unifrax (2023), ambas fabricantes desse material.

Para efeitos de comparação da capacidade de isolamento da manta de fibra cerâmica, também foi traçado nesse trabalho o perfil térmico da lã de rocha, que também é usada como isolante térmico nas portas corta fogo, segundo a empresa Zeus do Brasil (2023), porém em menor escala. Para tanto, foram utilizadas as características – as quais também encontram-se na Tabela 1 – da lã de rocha, fornecidas pelas empresas Rockwool (2023) e pela empresa Rockfibras (2023), ambas fabricantes desses materiais.

TABELA 1 – DADOS TÉRMICOS DA MANTA DE FIBRA CERÂMICA E DA LÃ DE ROCHA

Material	Densidade (ρ) [kg/m ³]	Condutividade térmica (k) [W/(m.°C)] à 750°C]	Calor específico (c) [J/(kg.°C)]
Manta de fibra cerâmica	128	0,175	1130
Lã de rocha	160	0,17	840

Fonte: Zeus do Brasil (2023); Rockwool (2023); e Rockfibras (2023)

Para realizar a análise de condução térmica nesse trabalho, utiliza-se a equação geral da condução de calor em sua forma diferencial. Dessa forma, surge a necessidade de se resolver as equações diferenciais. Para resolver tais equações é utilizado nesse estudo o método das diferenças finitas (MDF), que é uma forma de resolução desse tipo de equação (ÖZISK, 2017).

O MDF, uma técnica amplamente empregada para a resolução de equações diferenciais, fundamenta-se na aproximação das derivadas por meio de diferenças finitas. A obtenção da fórmula de aproximação se baseia na expansão em série de Taylor da função derivada (BURDEN E FAIRES, 2016). Atualmente, os MDFs desfrutam de um status predominante como a abordagem preeminente na solução numérica de equações diferenciais parciais (GROSSMAN, 2007).

Os MDFs podem ter formulação implícita ou explícita. Essa última, tem como vantagem sua simplicidade, haja visto que a solução em cada ponto da malha é calculada explicitamente, com base apenas em informações dos pontos vizinhos, exigindo assim um menor custo

computacional frente a formulação implícita. No entanto, tal método pode apresentar falhas quando usados para intervalos de tempo (Δt) muito curtos.

Já para realizar análises onde se necessita intervalos de Δt muito pequenos, é ideal, segundo Incropera (2000), utilizar o método implícito, pois esse método não apresenta restrições em Δt . Sua designação "implícito" deriva do fato de que a solução em cada ponto da malha é calculada implicitamente, requerendo a resolução simultânea de um sistema de equações para determinar a solução em toda a malha.

Assim como no método das diferenças finitas explícito, o método implícito envolve a discretização da equação diferencial parcial e a aproximação das derivadas por diferenças finitas. No entanto, a abordagem implícita difere em que a evolução temporal é tratada implicitamente, o que proporciona maior estabilidade numérica.

A principal vantagem do método das diferenças finitas implícito é sua estabilidade superior em comparação ao método explícito. Isso implica que ele pode lidar com intervalos de tempo substancialmente menores, mantendo a precisão e a estabilidade da solução. No entanto, a implementação do método implícito é geralmente mais complexa devido à necessidade de resolver um sistema de equações em cada etapa temporal.

Em resumo, o método das diferenças finitas implícito é uma poderosa ferramenta para a resolução de equações diferenciais parciais, sendo particularmente vantajoso em termos de estabilidade numérica. Sua implementação, embora mais desafiadora, é recompensada pela capacidade de lidar eficientemente com problemas complexos e de maior escala.

Portanto, buscando a solução técnica mais adequada para as análises, esse trabalho tem como objetivo desenvolver um simulador computacional dedicado à propagação de calor por condução, utilizando a equação geral da condução de calor discretizada pelo método das diferenças finitas com formulação implícita, gerando um simulador para a análise térmica de diversos materiais. Em seguida, o mesmo será aplicado à manta de fibra cerâmica e à lã de rocha. Vale ressaltar que esse simulador possui a flexibilidade de ser utilizado para investigar as características térmicas de diversos materiais.

2. MÉTODOS

Nesta seção, serão apresentados os métodos e procedimentos utilizados para conduzir a pesquisa experimental de natureza aplicada. O desenvolvimento do estudo seguiu uma abordagem sequencial, começando com uma pesquisa bibliográfica para estabelecer a base teórica e, em seguida, a criação e validação de um simulador computacional para analisar a propagação de calor por condução na manta de fibra cerâmica.

2.1. Pesquisa bibliográfica

A pesquisa bibliográfica foi realizada utilizando a plataforma do Google acadêmico e a da SciELO, além de normas da ABNT e de manuais fornecidos pelas fabricantes dos elementos analisados.

Inicialmente, com o intuito de aprofundar o nosso conhecimento utilizou-se no Google acadêmico as palavras “transferência de calor” e “condução de calor”. Com isso, foram obtidos, em cada busca, 63.400 (sessenta e três mil e quatrocentos) e 8.180 (oito mil cento e oitenta) resultados. Em seguida, as palavras foram colocadas juntas e o número de resultados reduziu para 5.110 (cinco mil cento e dez).

Como critério de seleção, optou-se pelos artigos que foram apresentados nas duas primeiras páginas de busca, pois acredita-se ter maior relevância e número de acessos. Com isso, o número total foi de 40 (vinte) artigos. Para o processo de análise, foram lidos os resumos dos artigos a fim de confirmar a compatibilidade com o objetivo do trabalho, o que fez com que fossem analisados 23 (cinco) artigos.

Portanto, para formulação deste estudo, foi feita a junção da teoria relacionada ao assunto, apresentada nos artigos escolhidos, com a parte técnico-profissional, encontrada nas especificações fornecidas pelas fabricantes e pelas normas da ABNT.

2.2. Simulação computacional

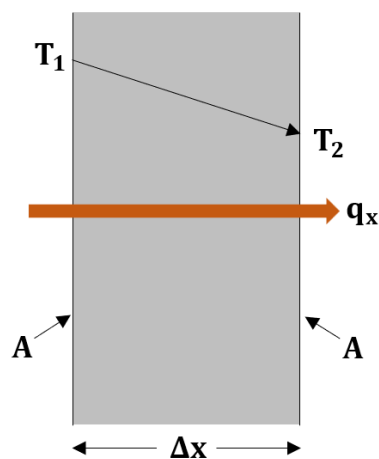
Para a análise computacional, foi elencada a manta de fibra cerâmica de 5cm de espessura, haja visto que essa é a espessura desse material nas portas corta fogo da classe P-90 – as quais devem resistir ao fogo por pelo menos 90 minutos – de acordo com a ABNT (2003).

O código numérico foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação C++. Já os gráficos, foram gerados utilizando o MatLab.

2.3. Equação governante para a condução de calor

Para se analisar a distribuição de temperatura por condução ao longo de um material é necessário entender as equações que governam esse fenômeno. Para tanto, considera-se uma parede plana com espessura Δx e área A , sem geração interna de calor, a qual encontra-se entre dois ambientes, de temperaturas diferentes ($T_1 > T_2$). O calor flui linearmente, na direção do gradiente de temperatura, pelo material, sendo esse fluxo representado por q_x , como pode ser observado na Figura 1.

FIGURA 1: FLUXO DE CALOR ENTRE DOIS AMBIENTES COM TEMPERATURA T_1 E T_2 .



Fonte: Adaptado do Çengel (p. 139).

O calor propagado é definido, de acordo com Çengel & Ghajar (2012), como o quociente da diferença de temperatura da parede pela sua espessura pelo produto da constante positiva da condutividade térmica do material (k), com a área A , ou seja:

$$q_x = -kA \frac{(\Delta T)}{(\Delta x)}. \quad (2)$$

A Eq. (2) pode ser reescrita na sua forma diferencial, com $\Delta x \rightarrow 0$, da seguinte forma

$$q_x = -kA \frac{dT}{dx}. \quad (3)$$

A Eq. (3) é denominada Lei de Fourier da condução térmica, em homenagem ao seu descobridor, um matemático e físico francês chamado Jean-Baptiste Joseph Fourier.

Analisando o fluxo de calor por unidade de área, tem-se a denotação q_x'' , onde

$$q_x'' = \frac{q_x}{A} = -k \frac{dT}{dx}. \quad (4)$$

Analisando a Eq. (4), vê-se que o fluxo térmico é uma grandeza vetorial. Assim, pode-se reescrever essa equação como um enunciado mais geral,

$$\mathbf{q}'' = -k\nabla T = -k\left(i\frac{\partial T}{\partial x} + j\frac{\partial T}{\partial y} + l\frac{\partial T}{\partial z}\right) = -k\frac{\partial T}{\partial n}, \quad (5)$$

sendo \mathbf{q}'' um vetor fluxo térmico, o qual é perpendicular às superfícies isotérmicas, ∇ é um operador diferencial e $T(x, y, z)$ um campo escalar de temperatura.

Também pode-se fazer um balanço de energia, levando em consideração que não há um regime permanente de temperaturas,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (6)$$

Para um sistema bidimensional, pode-se reescrever a Eq. (6) da seguinte forma

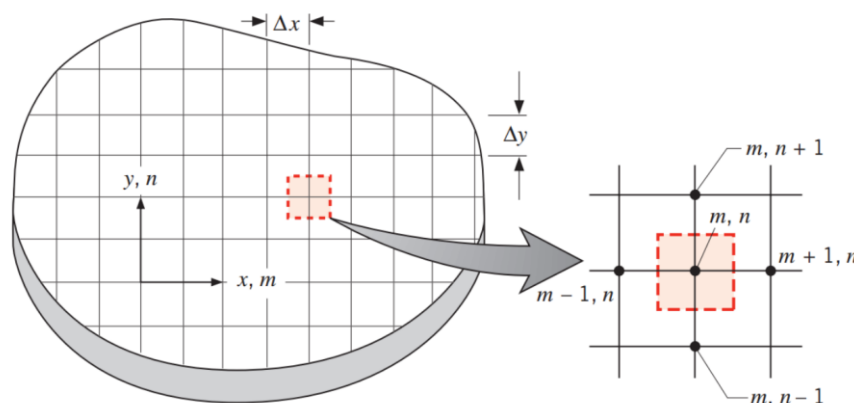
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (7)$$

2.3.1. Discretização

Segundo Ruggiero e Lopes (1996), o método das diferenças finitas, permite que se substitua as equações diferenciais, por equações algébricas. Para compreender como esse método funciona, considera-se uma área de interesse, dividida em pequenos pontos retangulares com dimensões Δx e Δy .

Tais retângulos, formam uma malha, com os retângulos tendo em seus vértices quatro nós, com o nó tendo coordenadas m e n , conforme pode ser observado na Figura 2. Esse método, pode ser utilizado para traçar o perfil térmico de um elemento, com os gradientes de temperatura sendo representados, de acordo com Incropera (2000), como função das temperaturas nodais.

FIGURA 2: MALHA PARA O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS.



Fonte: Incropera (2000).

Aplicando a série de Taylor, é possível, segundo Holaman (1983), realizar aproximações para essas derivadas, obtendo-se, desse modo, as Eqs. (8) e (9).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}}{\Delta x^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \approx \frac{T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 2T_{m,n}}{\Delta y^2} \quad (9)$$

Sobre a derivada em relação ao tempo, introduz-se um número inteiro “p”, afim de discretizar essa derivada via MDF com uma formulação implícita no tempo, de forma a se obter:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^p}{\Delta t}, \quad (10)$$

sendo $t = p\Delta t$.

Assim, ao substituir as Eqs. (8), (9) e (10) na Eq. (7) e utilizando o MDF implícito, obtêm-se:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^p}{\Delta t} = \frac{T_{m+1,n}^{p+1} + T_{m-1,n}^{p+1} - 2T_{m,n}^{p+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{m,n+1}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1} - 2T_{m,n}^{p+1}}{\Delta y^2} + \frac{q_{i,j}^n}{k} \quad (11)$$

Fazendo $\Delta x = \Delta y = h$, temos a equação do calor discretizada

$$\frac{h^2}{\alpha \cdot \Delta t} T_{m,n}^p + \frac{h^2}{k} q_{m,n}^p = \left(4 + \frac{h^2}{\alpha \cdot \Delta t} \right) T_{m,n}^{p+1} - T_{m+1,n}^{p+1} - T_{m-1,n}^{p+1} - T_{m,n+1}^{p+1} - T_{m,n-1}^{p+1}. \quad (12)$$

Por fim, é importante salientar que a Eq. (12) gera um sistema de equações algébrico esparso e que quanto mais refinada for a malha, maior será a quantidade de termos nulos. Portanto, torna-se conveniente a aplicação de técnicas que sejam adequadas para esse tipo de sistema.

2.3.2. Condição de contorno

Para a condução de uma análise térmica empregando a equação geral da condução de calor discretizada através do método das diferenças finitas, torna-se imperativo a definição precisa das condições de contorno. Isto se deve ao fato de que o MDF avalia um nó na malha termal baseando-se nas informações provenientes dos nós circundantes. Conseqüentemente, nas extremidades do domínio em estudo, é de suma importância que se estabeleçam as condições externas que influenciarão o comportamento térmico interno.

Nesse trabalho, utiliza-se as condições de contorno do tipo Dirichlet e do tipo Neumann. A do tipo Dirichlet é útil, segundo Kot (2016), quando é necessário especificar os valores absolutos da grandeza na fronteira do domínio. Isso é especialmente apropriado quando a quantidade física ou matemática em questão é definida por esses valores, em vez de suas taxas de variação.

Já a condição do tipo Neumann, é particularmente útil quando se está interessado em modelar a taxa de variação de uma grandeza ao longo da fronteira de um domínio, em vez de especificar valores absolutos. Isso é particularmente vantajoso em situações nas quais a natureza

física ou matemática envolvida está mais intrinsecamente ligada à sua taxa de variação do que aos próprios valores.

2.4. Compressão de matrizes esparsas e método numérico para resolução de sistemas lineares

2.4.1. *Compressed Sparse Row (CSR)*

Ao longo dos anos, o progresso científico tem requerido resultados cada vez mais precisos e realistas das simulações numéricas. Para enfrentar esse desafio, a computação científica se depara com diversas barreiras devido às limitações físicas dos computadores, como a necessidade de processamento numérico mais rápido, o armazenamento volumoso de dados e a visualização científica, entre outros aspectos.

Em relação ao armazenamento de dados, várias técnicas de compressão de matrizes foram desenvolvidas. Especificamente, destacam-se (ANTUNES FILHO; XAVIER, 2015):

1. *Matrix Market Format*;
2. Matriz no Formato Coordenado ou *Coordinate Format (COO)*;
3. Matriz no Formato de Linha Comprimida ou *Compressed Sparse Row (CSR)*;
4. Matriz no Formato de Coluna Comprimida ou *Compressed Sparse Column (CSC)*;
5. Matriz no Formato Denso ou *Dense Format*.

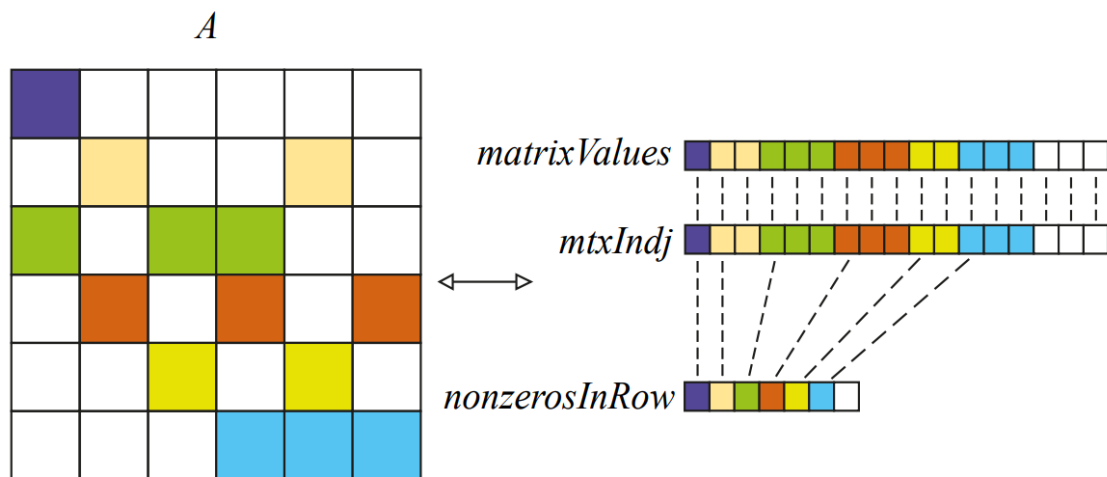
Com o objetivo de maximizar a eficiência no uso da memória disponível, essas técnicas visam armazenar apenas os elementos essenciais da matriz de coeficientes para resolver um sistema linear, ou seja, os elementos não nulos (ANTUNES FILHO; XAVIER, 2015). Os sistemas lineares resultantes apresentam duas características principais: a esparsidade da matriz de coeficientes e um grande número de incógnitas. Devido ao tamanho desses sistemas, uma quantidade significativa de memória é necessária para sua resolução, tornando as técnicas de compressão de matrizes ferramentas importantes.

Neste estudo foi utilizado a técnica CSR, que é uma forma de armazenar matrizes esparsas utilizando três vetores para representar e armazenar os valores não nulos da matriz. Essencialmente, o vetor "matrixValues" guarda os valores não nulos da matriz, o vetor "mtxIndj" contém os índices das colunas onde os elementos não nulos estão localizados na matriz, e o vetor "nonzerosInRow" registra os índices que identificam a posição no vetor "matrixValues" onde inicia uma nova linha da matriz.

A Figura 3 ilustra esquematicamente a compressão de uma matriz usando a técnica CSR, em que os elementos não nulos de cada linha são representados por quadrados da mesma cor. Cada

elemento não nulo da matriz A é colocado consecutivamente no vetor "matrixValues," ao mesmo tempo em que os índices das colunas que representam esses valores são armazenados no vetor "mtxIndj". Por fim, o vetor "nonzerosInRow" registra a posição do primeiro elemento não nulo de cada linha no vetor "matrixValues."

FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO DA MATRIZ E DO FORMATO CSR PARA UMA MATRIZ QUALQUER



Fonte: Werneck (2015).

Para exemplificar o uso do CSR, assume-se a matriz A, não simétrica:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 3 & 9 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 8 & 7 & 5 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 9 & 9 & 13 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Como resultado da aplicação, são obtidos os valores a seguir:

$$\text{matrixValues} = [10 - 2 3 9 3 7 8 7 3 8 7 5 8 9 9 13 4 2 - 1];$$

$$\text{mtxIndj} = [0 4 0 1 5 1 2 3 0 2 3 4 1 3 4 5 1 4 5];$$

$$\text{nonzerosInRow} = [0 2 5 8 12 16 19].$$

O valor 19, que está armazenado na última posição do vetor "nonzerosInRow", corresponde à posição do primeiro elemento não nulo em uma linha hipotética adicional. Essa inclusão é necessária porque o vetor é utilizado para calcular o número de elementos não nulos em cada linha,

fazendo a subtração entre dois valores consecutivos. Portanto, para determinar o número de elementos não nulos na última linha, é essencial manter esse último valor.

2.4.2. Método do Gradiente Conjugado (GC)

O método dos Gradientes Conjugados (CG), introduzido por Hestenes e Stiefel (1952) para matrizes simétricas positivas definidas (SPD), representa uma das abordagens mais eficientes para resolver sistemas com essas características. Atualmente, esse método é amplamente utilizado na resolução de sistemas lineares esparsos de grande escala (PURCINA; SARAMAGO, 2007), sendo especialmente relevante em matrizes esparsas.

Inicialmente, o método dos Gradientes Conjugados não era amplamente adotado, pois outros métodos mais práticos eram preferidos. No entanto, Reid (1971) destacou sua aplicação mais significativa na área de sistemas esparsos definidos, o que aumentou o interesse por esse método (SANTOS, 2014).

O procedimento dos Gradientes Conjugados realiza etapas, em cada iteração, na direção oposta do campo vetorial (gradiente da função), evitando repetir a direção anterior, até encontrar o mínimo estrito e global. A minimização ocorre em espaços de vetores chamados de subespaços de pesquisa (espaços de Krylov), gerados a partir do resíduo de cada iteração (CANAL, 2000). As aproximações x_{k+1} e os resíduos r_{k+1} são atualizados em cada iteração usando o escalar α_k , enquanto as direções de busca p_{k+1} são atualizadas usando o escalar β_k . Conforme observado no ALGORITMO 1, esse método envolve operações entre vetores e matrizes, incluindo soma e produto interno tradicional de vetores e multiplicação de matriz com vetor.

Essa última operação, a multiplicação de matriz com vetor, exerce uma influência significativa no desempenho do método devido à sua complexidade em termos de carga computacional.

ALGORITMO 1: MÉTODO DOS GRADIENTES CONJUGADOS

Entrada: Forneça o número máximo de iterações n_{max} e a tolerância tol ;
Calcule o resíduo $r_0 = b - Ax_0$ para a estimativa inicial x_0 ; Faça $p_0 = r_0$.

- 1 Calcule $\|r_0\|$
- 2 **para** $k = 0 : n_{max}$ **faça**
- 3 Calcule Ap_k
- 4 Calcule $\langle p_k, Ap_k \rangle$
- 5 Calcule $\langle r_k, r_k \rangle$
- 6 $\alpha_k = \frac{\langle r_k, r_k \rangle}{\langle p_k, Ap_k \rangle}$
- 7 $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$
- 8 $r_{k+1} = r_k - \alpha_k Ap_k$
- 9 Calcule $\langle r_{k+1}, r_{k+1} \rangle$
- 10 $\beta_k = \frac{\langle r_{k+1}, r_{k+1} \rangle}{\langle r_k, r_k \rangle}$
- 11 $p_{k+1} = r_{k+1} + \beta_k p_k$
- 12 Calcule $\|r_{k+1}\|$
- 13 **se** $\|r_{k+1}\|/\|r_0\| < tol$ **então**
- 14 | $x = x_{k+1}$
- 15 **fim**
- 16 **senão**
- 17 | Se $k = n_{max}$, não houve convergência
- 18 **fim**
- 19 **fim**

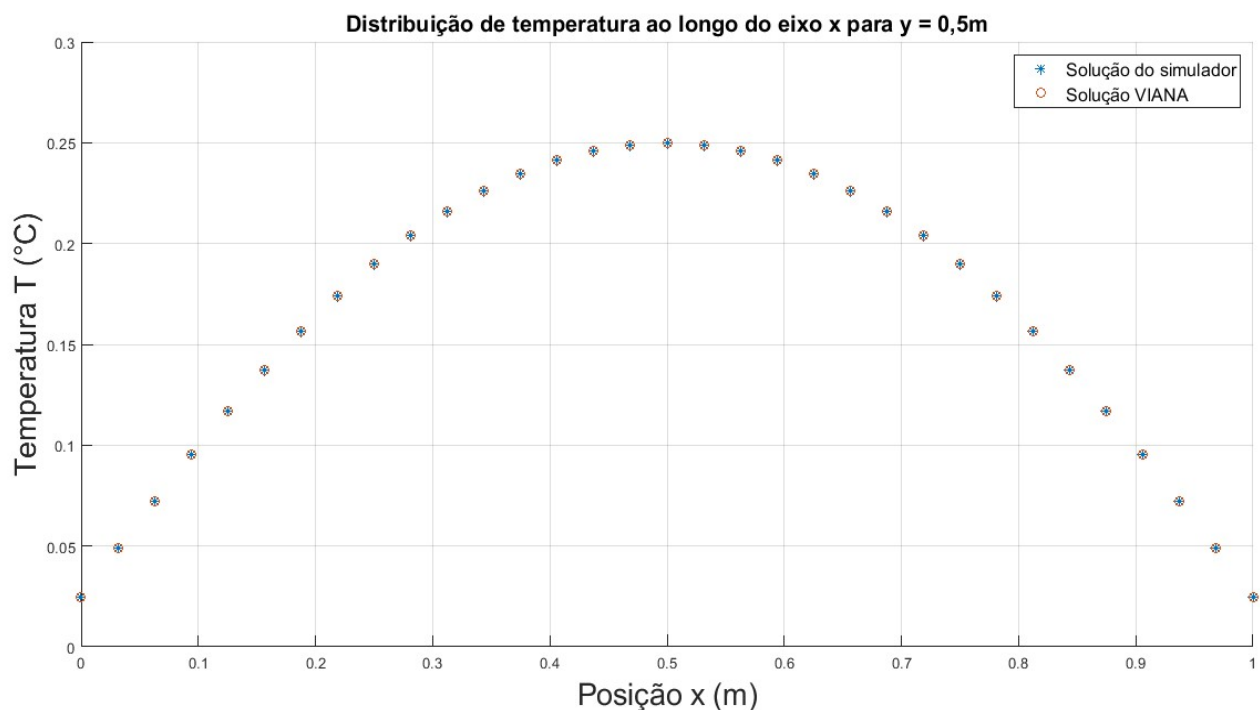
3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

3.1. Validação do simulador

O código que incorpora o método das diferenças finitas, com a finalidade de abordar a questão da transmissão de calor, passou por uma validação mediante a análise dos desfechos apresentados por Viana (2018). A seguir, encontra-se na Figura 4 a comparação entre os resultados oriundos dessa referência, quando confrontados com os resultados adquiridos pelo simulador desenvolvido neste trabalho. Tais resultados dizem respeito à propagação de calor em uma placa quadrada de lado igual à 1m, possuindo a face superior a uma temperatura de 1°C, enquanto as faces laterais restantes mantêm-se a 0°C, sob circunstâncias estabilizadas.

Nota-se, a partir da análise do gráfico obtido que as soluções coincidiram em todos os pontos analisados, validando, desta forma, o simulador desenvolvido,

FIGURA 4 – COMPARAÇÃO ENTRE A SOLUÇÃO OBTIDA POR VIANA (2018) E PELO SIMULADOR DESENVOLVIDO.

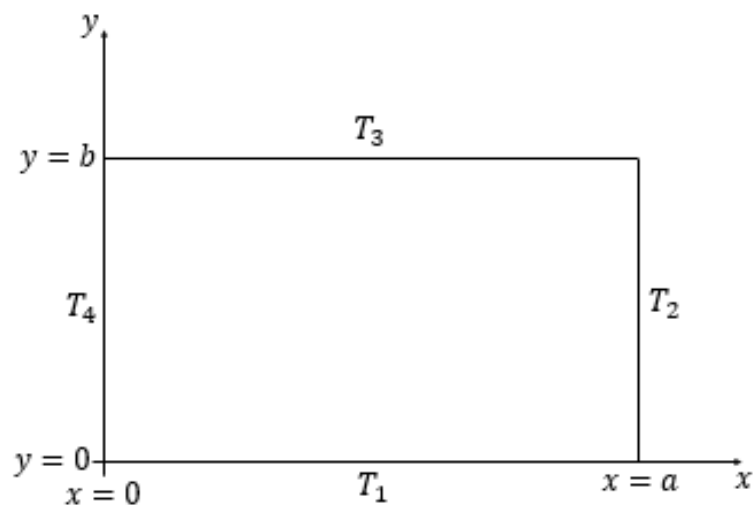


Fonte: o Autor

3.2. Testes do simulador

Nessa subseção, apresentam-se os resultados obtidos a partir do simulador de condução de calor desenvolvido, considerando as condições iniciais e parâmetros especificados. Os resultados serão discutidos em relação à distribuição de temperatura no interior da região representada na Figura 5.

FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UMA REGIÃO BIDIMENSIONAL COM CONDIÇÕES DO TIPO DIRICHLET.



Fonte: o Autor.

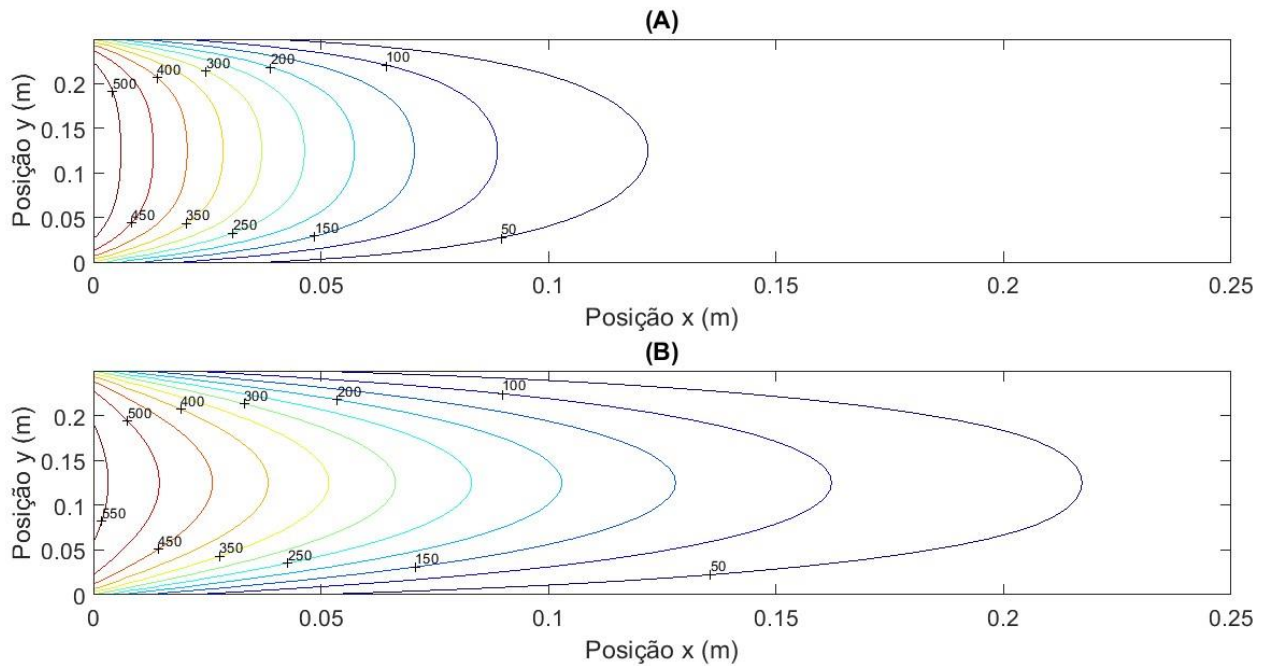
Como caso padrão, foi considerada a condição de contorno do tipo Dirichlet, geometria quadrada de lado $a = b = 25$ cm, $T_0 = 25^\circ\text{C}$, $T_1 = 0^\circ\text{C}$, $T_2 = 25^\circ\text{C}$, $T_3 = 0^\circ\text{C}$, $T_4 = 600^\circ\text{C}$, 33 nós interiores igualmente espaçados ($N_x = N_y = 33$), $q = 0$ W/m³, $\alpha = 0,001$ m²/s, $k = 0,01$ W/mK, $\Delta t = 0,1$ s.

Para os resultados foram consideradas três situações:

- I. Variação da difusividade térmica;
- II. Refinamento da malha;
- III. Imposição de diferentes valores de temperatura.

Os resultados obtidos são mostrados na Figura 6 e revelam a influência dos parâmetros e configurações utilizados no simulador de condução de calor.

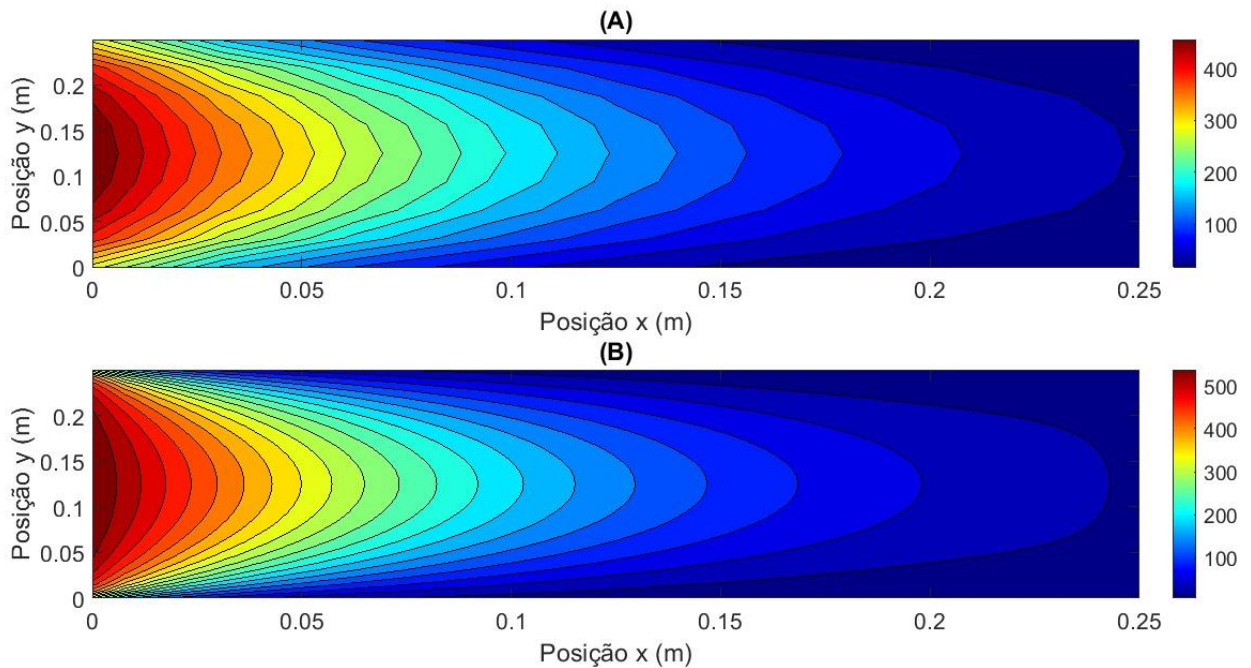
FIGURA 6: DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA COM VARIAÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA – (A) $0,001\text{m}^2/\text{s}$ E (B) $0,01\text{m}^2/\text{s}$.



Fonte: o Autor

Observa-se na Figura 6 o fluxo de calor ao longo da placa com variação da difusividade térmica. Em conformidade com a física do problema, com o aumento desta propriedade o calor progrediu com mais facilidade pela placa.

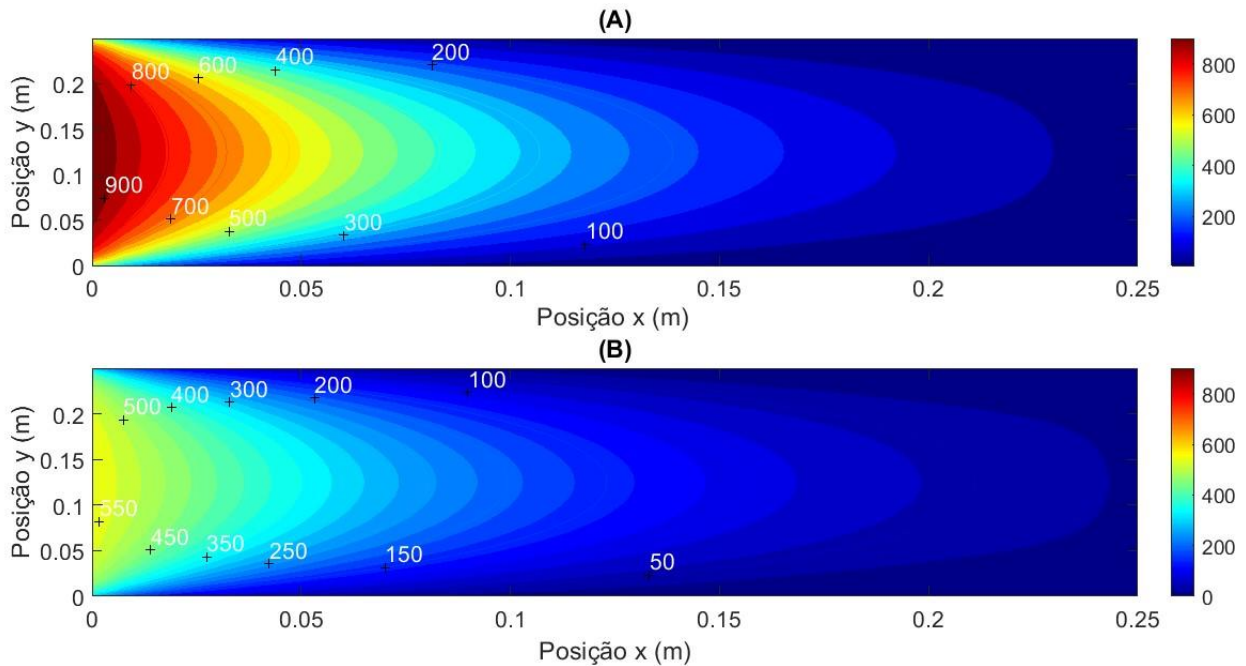
FIGURA 7: DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA COM REFINAMENTO DE MALHA – (A) $N_x = N_y = 9$ E (B) $N_x = N_y = 33$.



Fonte: o Autor.

Na Figura 7 é possível constatar que a maior precisão nos detalhes ocorre com uma malha mais refinada. Porém, vale ressaltar, que o aumento do número de nós acarreta em um maior processamento de dados e, conseqüentemente, um maior custo computacional.

FIGURA 8: DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA PARA – (A) $T_4 = 1000\text{ }^\circ\text{C}$ E (B) $T_4 = 600\text{ }^\circ\text{C}$



Fonte: o Autor

Já na Figura 8, observa-se a distribuição de temperatura na placa para um mesmo tempo de exposição ao calor. Conforme pode ser observado, uma maior temperatura na face oeste gera uma maior propagação de calor ao longo do material.

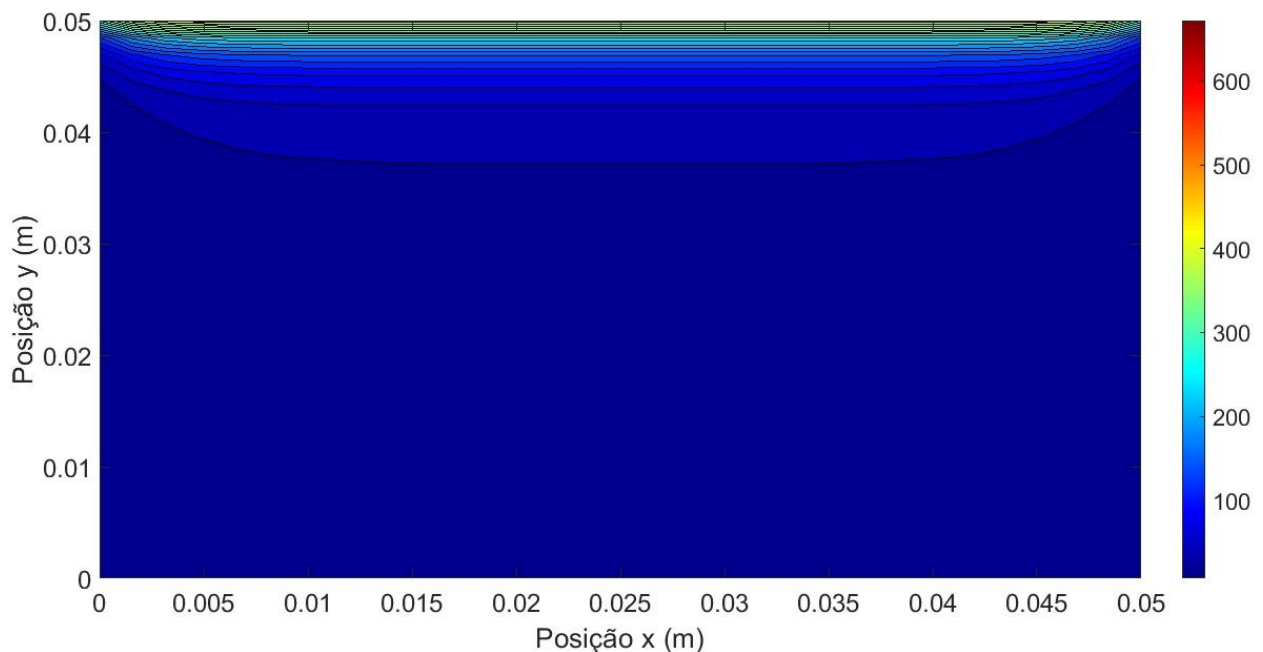
3.3. Aplicação à manta de fibra cerâmica

Nessa subseção são examinadas as observações e conclusões derivadas da análise da propagação de calor na manta de fibra cerâmica. As simulações foram conduzidas com o objetivo de compreender como esse material se comporta ao separar dois ambientes com temperaturas substancialmente distintas.

No experimento, uma parede composta por uma camada de manta de fibra cerâmica com 5 cm de espessura foi utilizada para dividir os ambientes A e B. O ambiente A foi mantido a uma temperatura constante de 750°C , enquanto o ambiente B iniciou a experiência com uma temperatura de 25°C , já as faces laterais foram mantidas à uma temperatura constante de 0° .

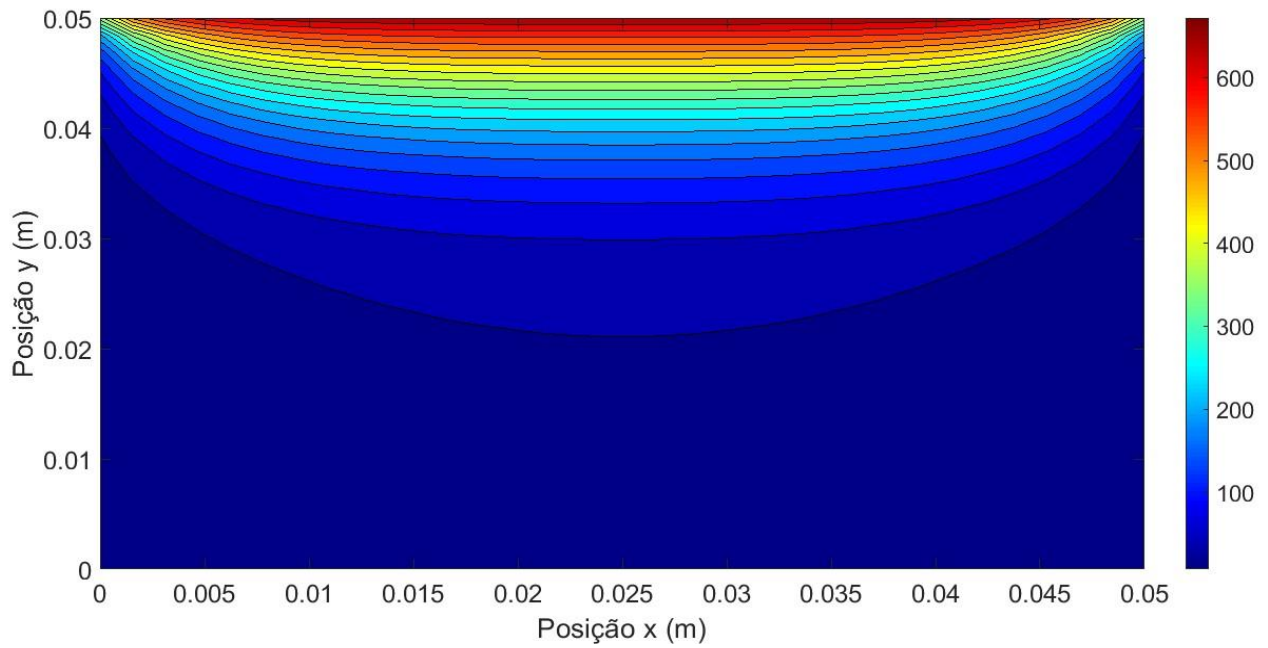
Os resultados revelaram uma notável capacidade da manta de fibra cerâmica em retardar a transferência de calor entre os dois ambientes. Na Figura 9 é quase imperceptível a variação de temperatura no interior da manta com apenas 5 segundos de exposição ao calor. Já com 45 segundos, Figura 10, observa-se que o calor já avançou para o interior da manta, mas ainda não atingiu o ambiente B. Já com 350 segundos de exposição ao calor, Figura 11, a temperatura no ambiente B atinge $67,7^{\circ}\text{C}$. Após 15 minutos de exposição às condições experimentais, observou-se que a temperatura no ambiente B aumentou para 86°C , conforme é mostrado na Figura 12. Esse aumento de temperatura, embora moderado, é indicativo do isolamento térmico proporcionado pela manta de fibra cerâmica. Vale ressaltar que aumentando o tempo de exposição ao calor, a temperatura no ambiente B apresenta variações desprezíveis, indicando assim que o problema atingiu o seu estado permanente.

FIGURA 9 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA PARA $t = 5\text{s}$



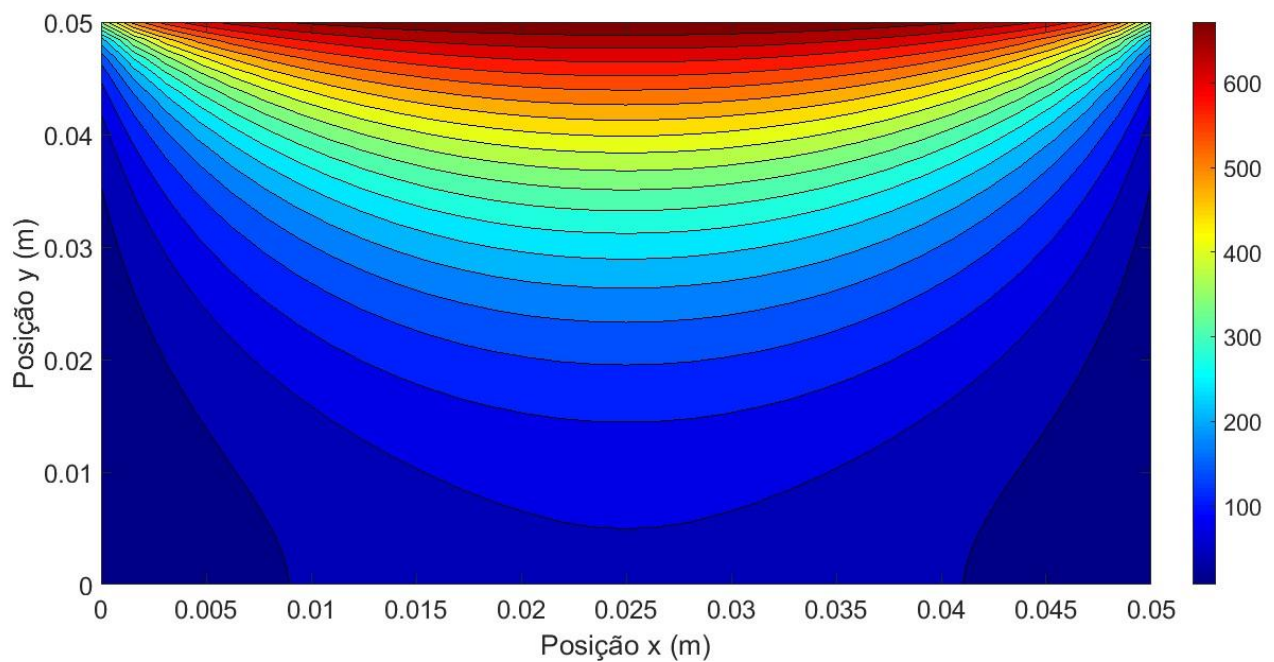
Fonte: o Autor.

FIGURA 10 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA PARA $t = 45s$



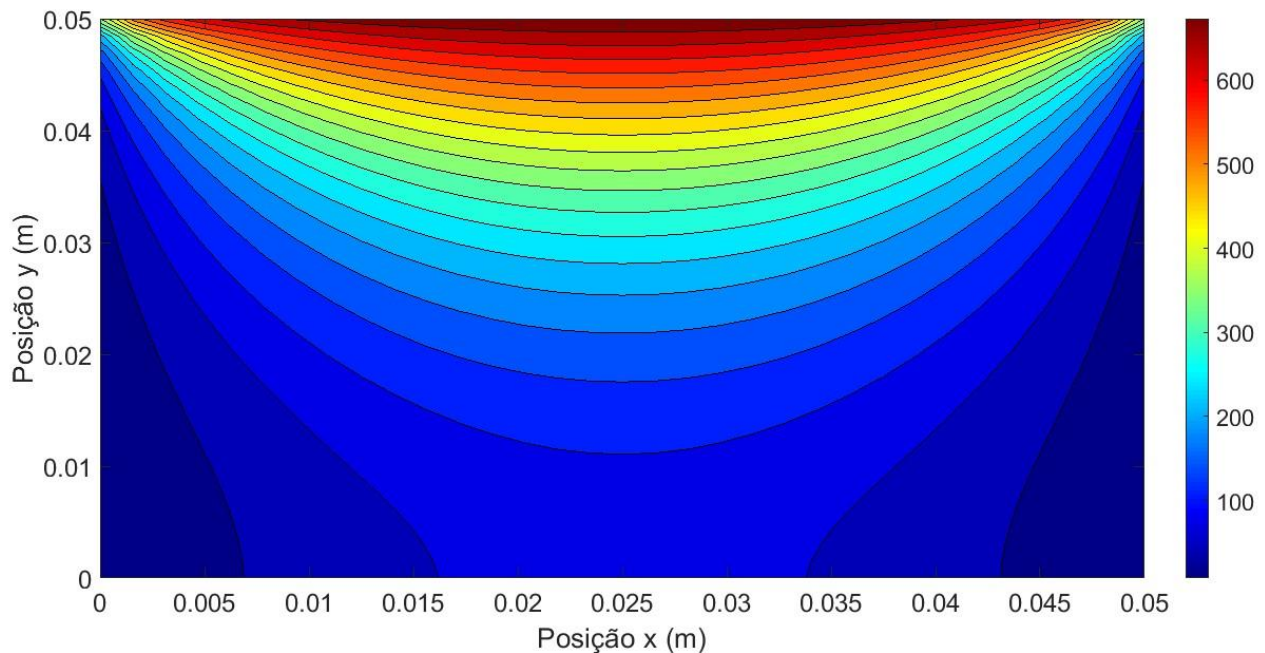
Fonte: o Autor.

FIGURA 11 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA PARA $t = 350s$



Fonte: o Autor.

FIGURA 12 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA PARA $t = 900s$



Fonte: o Autor.

Esses resultados ressaltam a habilidade intrínseca desse material em minimizar a propagação de calor de ambientes de alta temperatura para ambientes de baixa temperatura. O incremento de 56°C na temperatura do ambiente B ao longo de um período de 15 minutos mostra a capacidade isolante da manta de fibra cerâmica. Vale ressaltar que a manta utilizada na simulação tinha apenas 5cm de espessura.

Também foi traçado o perfil térmico da lã de rocha – o qual encontra-se no apêndice A – utilizando as mesmas condições utilizadas na manta de fibra cerâmica. A lã de rocha também é utilizada como isolante nas portas corta fogo, segundo a empresa Zeus do Brasil (2023). O perfil térmico desse material é muito similar ao da manta de fibra cerâmica. No entanto, essa última apresenta como vantagem sua densidade, sendo 20% menos densa que a lã de rocha, proporcionando assim, portas corta fogo mais leves.

4. CONCLUSÃO

Foi desenvolvido nesse estudo um simulador computacional funcional de condutividade térmica. Essa ferramenta possibilitou a exploração detalhada das propriedades térmicas da manta de fibra cerâmica e auxiliou na compreensão das complexas interações envolvidas na transferência de calor. A construção desse simulador abre portas para estudos adicionais, não apenas com a manta de fibra cerâmica, mas também com outros materiais, ampliando seu potencial impacto no campo da engenharia térmica.

Também vale destacar que este estudo proporcionou um entendimento aprofundado da eficiência da manta de fibra cerâmica como isolante térmico em ambientes de alta temperatura. Ao conduzir experimentos que envolviam a separação de dois ambientes com temperaturas significativamente distintas, demonstrou-se a notável capacidade desse material em retardar a transferência de calor, consolidando sua aplicabilidade em cenários de contenção de incêndios, como portas corta fogo.

Em suma, este estudo não apenas fortalece a base de conhecimento sobre a eficiência da manta de fibra cerâmica como isolante térmico, mas também oferece uma nova ferramenta de modelagem para investigações futuras. A combinação de resultados experimentais e simulações computacionais proporciona uma visão abrangente das propriedades térmicas desse material. A trajetória de pesquisa aqui delineada se revela promissora para avanços futuros em isolamento térmico e seu impacto nas áreas de segurança contra incêndios e engenharia térmica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTUNES FILHO, Amauri; XAVIER, Antunes Cesar Candido. **Solução de sistemas lineares esparsos utilizando CUDA: uma comparação de desempenho em sistemas Windows e Linux.** Revista de Ciências Exatas e Tecnologia, v. 8, n. 8, p. 181-195, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 11742: Porta corta-fogo para saída de emergência: Referências.** Rio de Janeiro, 2003.

BERGMAN, Theodore L.; LAVINE, Adrienne S.; QUEIROZ, Eduardo Mach. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa.** Grupo Gen-LTC, 2000.

BURDEN, Richard L.; FAIRES, J. Douglas; BURDEN, Annette M. **Numerical analysis.** Cengage learning, 2015.

CANAL, A. P. **Paralelização de métodos de resolução de sistemas lineares esparsos com o DECK em um Cluster de PCs.** Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000.

CHANDRASEKHAR, Subrahmanyam. **Convecção térmica.** Daedalus, v. 86, n. 4, p. 323-339, 1957.

CONLIT 150 P. Disponível em: <<https://www.rockwool.com/pt/produtos-e-aplicacoes/produtos/fogo/conlit-150-p/#Especificacao%20de%20produtos>>. Acesso em: 03 de setembro de 2023

ÇENGEL, Y. A., & GHAJAR, A. J.. **Transferência de Calor e Massa.** AMGH EDITORA LTDA, 2012.

GROSSMANN, Christian. **Numerical treatment of partial differential equations.** Springer, 2007.

HESTENES, Magnus R. et al. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. **Journal of research of the National Bureau of Standards**, v. 49, n. 6, p. 409-436, 1952.

HOLMAN, J. P.. **Transferência de Calor**. SÃO PAULO: MCGRAH-HILL, 1983.-Método explícito e implícito

INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P.; BERGMAN, Theodore L. **Fundamentos de Transferência de Calor E de Massa**. Grupo Gen-LTC, 2000.

J.Ph. Pérez et A.M. Romulus. **Thermodynamique, Fondements et applications**. Masson, Paris, 1993.

JUNIOR, Claudio Antunes; MONTEGUTTI, Marilise Cristine; HAUS, Tiago Luis. **Análise comparativa da eficiência de isolantes térmicos**. Caderno PAIC, v. 17, n. 1, p. 211-235, 2016.

KEITH, F.. **Princípios da Transmissão de Calor**. São Paulo: Edgard Blücher, 1977.

KOT, V. A. Boundary characteristics for the generalized heat-conduction equation and their equivalent representations. **Journal of Engineering Physics and Thermophysics**, v. 89, p. 985-1007, 2016.

Manta de fibra cerâmica BL1200. Disponível em: <https://asalit.com.br/linhas_de_produtos/manta-de-fibra-ceramica-bl1200/> . Acesso em: 04 de agosto de 2023

MANTA DURABLANKET. Disponível em: <<http://www.unifrax.com.br/pdf/Manta%20Durablanket.pdf>>. Acesso em: 15 de maio de 2023

ÖZİŞİK, M. Necati et al. **Finite difference methods in heat transfer**. CRC press, 2017.

Painel PSR-160. Disponível em: <<https://rockfibras.com.br/la-de-rocha-thermax-paineis-psr-160/>>. Acesso em: 05 de setembro de 2023;

PORTA CORTA FOGO. Disponível em: <<https://zeusdobrasil.com.br/blog/post/do-que-e-feita-uma-porta-corta-fogo#:~:text=O%20revestimento%20mais%20usado%20nas,fogo%20e%20das%20altas%20temperaturas>>. Acesso em: 15 de junho de 2023.

PORTA CORTA FOGO – LÃ DE ROCHA Disponível em: <<https://zeusdobrasil.com.br/blog/post/do-que-e-feita-uma-porta-corta-fogo#:~:text=O%20revestimento%20mais%20usado%20nas,fogo%20e%20das%20altas%20temperaturas>>. Acesso em: 07 de setembro de 2023.

PURCINA, L. A.; SARAMAGO, S. F. P. **Comparação entre métodos clássicos e evolutivo na solução da equação de Laplace bidimensional.** In: 17o Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Uberlândia, MG: [s.n.], 2007.

REID, J. **Large sparse sets of linear equations.** In: . London: Academic Press, 1971. cap. On the method of conjugate gradients for the solution of large sparse systems of linear equations, p. 231–254.

RUGGIERO, M.; LOPES, V. L. **Cálculo Numérico -Aspectos Teóricos e Computacionais.** 2a. ed. São Paulo: Makron Books, 1996.

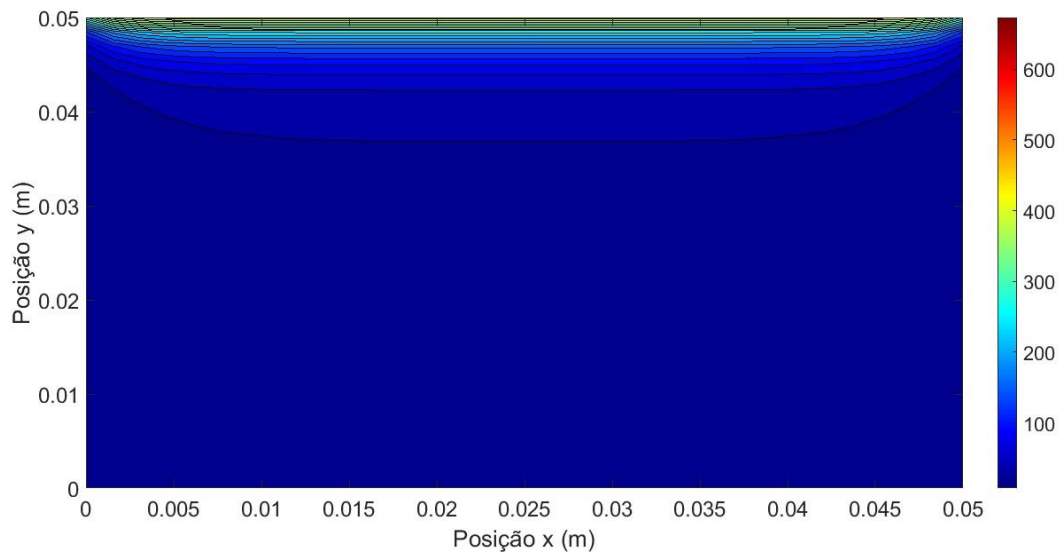
SANTOS, R. D. **Uma formulação implícita para o método Smoothed Particle Hydrodynamics.** Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, RJ, 2014.

SILVA, Ana Paula Bispo; DE MELLO FORATO, Thaís Cyrino; GOMES, José Leandro de AM Costa. **Concepções sobre a natureza do calor em diferentes contextos históricos.** Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 30, n. 3, p. 492-537, 2013.

VIANA, Hiago Sales et al. **Método das diferenças finitas aplicado a um problema de condução do calor em estado estacionário.** 2018.

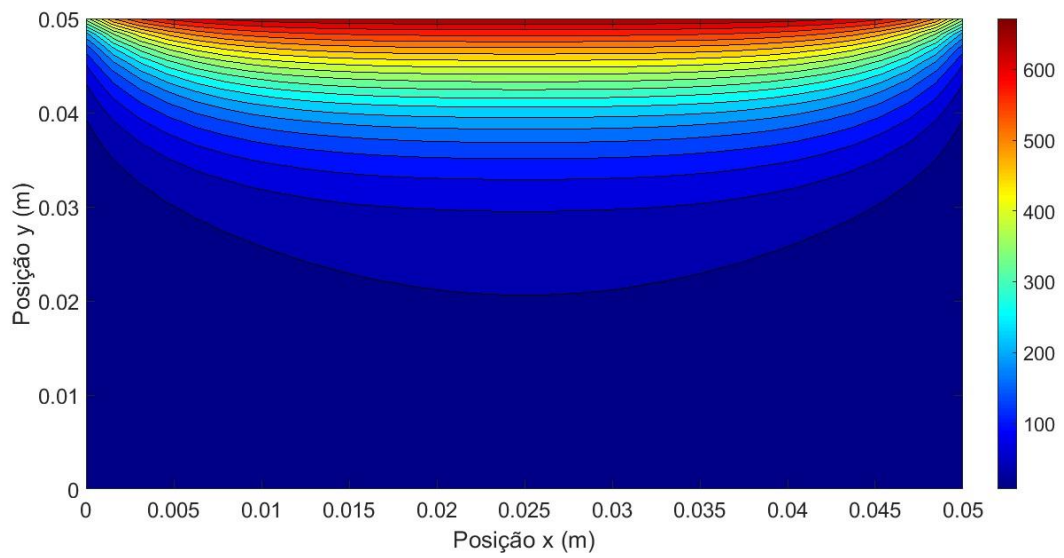
APÊNDICE A – PERFIL TÉRMICO DA LÃ DE ROCHA

FIGURA 13 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA PARA $t = 5s$



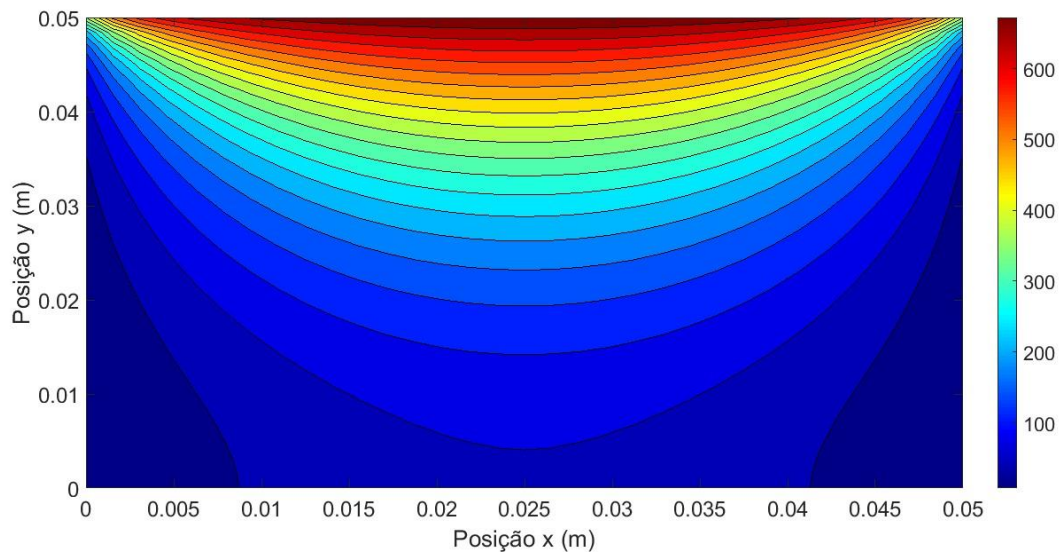
Fonte: o Autor

FIGURA 14 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA PARA $t = 45s$



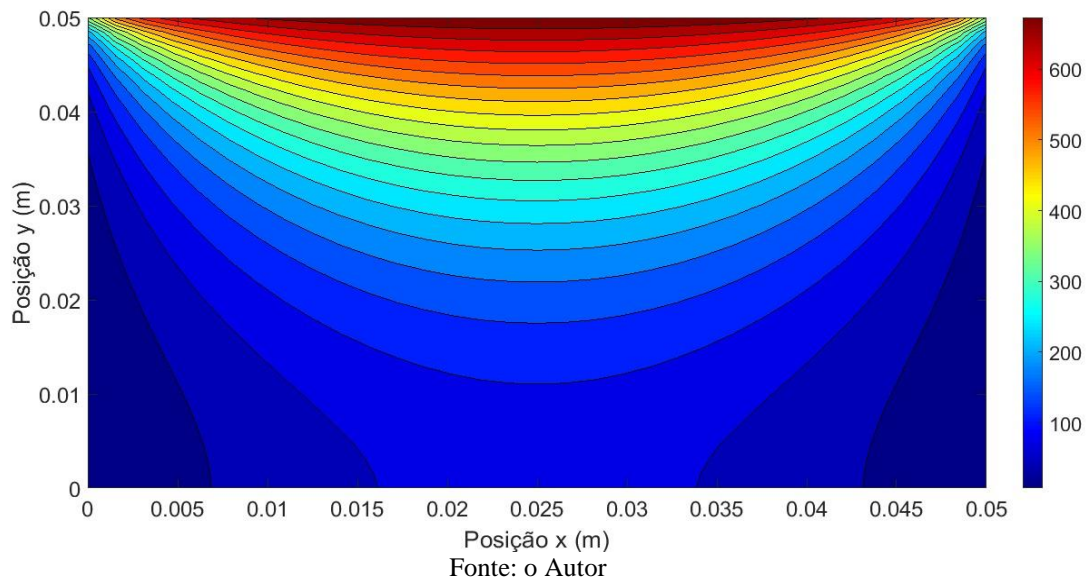
Fonte: o Autor

FIGURA 15 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA PARA $t = 350s$



Fonte: o Autor

FIGURA 16 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA PARA $t = 900s$



Fonte: o Autor